



Munich Personal RePEc Archive

Time-Frequency varying Beta Estimation -A continuous wavelets approach-

MESTRE, Roman and TERRAZA, Michel

University of Montpellier, MRE

December 2017

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/86335/>

MPRA Paper No. 86335, posted 23 Apr 2018 13:25 UTC

Estimation du Beta Tempo-fréquentiel de la Droite de Marché -Une approche par les ondelettes continues-

Roman MESTRE^{*}, Michel TERRAZA^{†,‡}

5 décembre 2017

Résumé

Le coefficient bêta issu de la théorie du MEDAF, estimé à partir de sa droite de marché, est, par hypothèse, stable au cours du temps ce que ne vérifie pas le calcul de sa volatilité empirique. L'une des causes de ce constat est liée à l'hypothèse d'hétérogénéité des agents (Gençay et al 2005) que nous approchons, dans cet article, par la décomposition en ondelettes continues des composantes de la droite marché. Elle permet le calcul de la cohérence d'ondelette et d'en déduire les valeurs tempo-fréquentielles du Beta. Dans cet article, on applique cette méthodologie aux trois actions (AXA, LVMH et Orange) qui possèdent des Betas estimés par les MCO différents sur la période 2005 – 2015. Nous montrons alors que l'analyse de la cohérence et des Betas tempo-fréquentiels améliorent la compréhension des actions selon leurs natures et la dynamique temporelle et fréquentielle de ses caractéristiques. Les actions AXA et LVMH ont globalement une cohérence forte et positive avec le marché tandis que celle d'Orange est moins importante quelles que soient ses fréquences. Ces résultats affectent les calculs des Betas Tempo-fréquentiels et révèlent des dynamiques différentes qui peuvent être prises en comptes par les gestionnaires de portefeuilles pour optimiser leur horizon de placement. L'utilisation des ondelettes continues se révèle comme un outil puissant pour mettre en évidence les instabilités temporelles et fréquentielles du Beta, elle illustre l'importance de l'hypothèse d'hétérogénéité sur l'estimation du risque systématique.

Mots-clés : MEDAF ; Ondelettes continues ; Coherence d'ondelettes ; Betas
Temps-Fréquence

^{*}Corresponding author, email: roman.mestre@live.fr MRE (Groupe de recherche en économétrie des marchés), University of Montpellier, UFR Economie, Site de Richter, Avenue Raymond Dugrand, CS 79606, 34960 Montpellier, Cedex 2, France

[†]MRE (Groupe de recherche en économétrie des marchés), University of Montpellier

[‡]paper presented in CFE-CMStatistics 2017, 16 – 18 december, London

Le MEDAF de Sharpe (1962) met en relation, à l’instant t , la prime de risque d’un actif i avec celle de son Marché m (Droite de Marché)

$$r_{i,t} = \alpha + \beta \cdot r_{m,t} + \epsilon_t \quad (1)$$

Avec $r_{i,t}$ la prime de risque de l’actif i (qui se définit comme la différence entre les rendements et le taux sans risque) et $r_{m,t}$ celle de son marché; ϵ_t obéit à un processus $i.i.d(0, \sigma_\epsilon)$.

Le paramètre Beta est une mesure du risque systématique utile aux gestionnaires de portefeuilles car il permet d’apprécier la sensibilité de l’actif aux fluctuations du Marché. Les paramètres de la régression sont estimés par la méthode des MCO dont l’une des hypothèses est la stabilité des coefficients au cours du temps remise en cause par une volatilité importante du Beta. De nombreuses études ont porté sur cette instabilité comme celles de Black Scholes et Jensen (1972), Fama-McBeth (1973) Fabozzi et Francis (1978) et Bos et Newbold (1984). Par la suite, les méthodes employées pour l’estimation du Beta temporel font appel, le plus souvent, aux régressions roulantes (ou récursives) et aux processus de type GARCH à l’image des travaux de Bollerserv et al (1988), Groenwold et Fraser(1997) et Brooks et al (1998).

Le MEDAF suppose que le comportement des agents intervenants sur les marchés sont homogènes. De ce fait, deux agents ayant des horizons d’investissement différents mesurent le risque systématique de la même manière ce qui est contestable, la fréquence d’investissement n’étant pas identique. C’est ce qu’ont montré différents auteurs¹ en recourant à la technique des ondelettes développée par Haar en 1909 et utilisée dans le traitement du signal par Morlet et Grossmann (1984) (qui sont à l’origine du terme ondelette). Les mathématiciens comme Meyer 1986 – 1987 (prix Abel 2017 en Mathématiques), Mallat (1989 – 2009) et Daubechies (2002), par la suite, étudient leurs propriétés pour construire des ondelettes différentes. Plus récemment, les travaux de Auth (2013) et Bekiros et al (2016) proposent de recourir à des transformations continues en ondelettes (CWT), rendues possible grâce à l’augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs. Elles trouvent des applications multivariées comme l’analyse de la causalité et celle des interactions entre plusieurs variables en recourant à la cohérence et à la phase tempo-fréquentielle entre deux variables.

Nous utilisons, dans cet article, ce type de Transformation en Ondelettes Continues pour estimer un Beta Tempo-Fréquentiel à chaque instant du temps et à chaque fréquence. Nous avons retenu, à titre d’exemple, les primes de risque (les taux OAT 10 ans servant d’actif sans risque) de trois actions cotées sur le marché français (indice CAC40) pour la période journalière 2005 – 2015 : AXA, LVMH et Orange dont les valeurs du Beta estimées par la méthode des MCO sont significativement différentes entre elles. Nous montrons que les ondelettes permettent d’améliorer l’interprétation du Beta en fournissant ses caractéristiques fréquentielles. Les actions se distinguent à la fois par la dynamique tempo-fréquentielle de leurs Betas, offrant ainsi davantage de profils d’actions aux gestionnaires.

Dans une première partie nous présentons une synthèse de la méthodologie en temps continu de l’analyse multivariée par ondelettes, puis nous décrivons les résultats de notre application aux actions sélectionnées avant de conclure.

1. Cf. bibliographie 13 et 18

1 L'analyse Temps-Fréquence multivariée

Nous recourons à des transformations en ondelettes continues dans le cas multivariée qui nous fournit les caractéristiques tempo-fréquentielles recherchées de la droite de marché (Cohérence, coefficients de la relation).

On retient pour cela l'ondelette complexe de Morlet, notée $\varphi^M(t)$, utilisée comme filtre car elle possède à la fois une bonne capacité de localisation temporelle et fréquentielle. Lors de la décomposition, la fonction $\varphi^M(t)$ est translatée par τ et dilatée par s pour extraire l'information de la série d'origine sur plusieurs échelles de fréquences à un moment précis du temps. L'ensemble des versions translatées et dilatées de $\varphi^M(t)$ constitue la famille d'ondelettes qui définit les caractéristiques du filtrage.

L'expression mathématique de l'ondelette de Morlet s'écrit :

$$\varphi^M(t) = \pi^{-1/4} e^{(if_0 t)} e^{(-t^2/2)}. \quad (2)$$

Avec f_0 la fréquence non-dimensionnelle qui, dans notre cas, est égale à 6 afin de satisfaire la condition d'admissibilité²

La cohérence d'ondelettes entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ (de même taille N) appelée parfois *Time-Varying Coherence*, est définie (Cf. bibliographies 14, 19, 22, 23), comme pour la cohérence de Fourier, à partir d'une mesure de la covariance spectrale entre les ondelettes de $x(t)$ et $y(t)$ appelée spectre croisé d'ondelettes $SW_{xy}(s, \tau)$. Ce spectre associé aux auto-spectres de puissance SW_x^2 et SW_y^2 conduit à la formule de la cohérence en ondelettes notée $WQ_{\tau,s}$:

$$WQ_{\tau,s} = \frac{|G(s^{-1}.SW_{xy})|^2}{G(s^{-1}.|SW_x|^2).G(s^{-1}.|SW_y|^2)} \quad (4)$$

Les coefficients obtenus sont issus d'une décomposition par ondelettes de Morlet, ils sont donc complexes par nature. Par conséquent, la cohérence est égale à 1, quel que soit τ , dans sa représentation réelle, ce qui nécessite de recourir à un lissage tempo-fréquentiel noté G qui conduit aux valeurs réelles de la cohérence. Le lissage temporel est noté G_{temps} pour une échelle fréquentielle donnée et celui de l'échelle fréquentielle $G_{echelle}$ pour un instant t donné. L'opérateur de lissage complet G s'écrit :

$$G(W) = G_{echelle}(G_{temps}(W)) \quad (5)$$

Les expressions mathématiques de $G_{echelle}$ et G_{temps} sont données par Torrence et Webster (1998) :

$$G_{temps}(W_N) = W_N \cdot c 1^{-t^2/2s^2} \quad (6)$$

2. - Une présentation plus complète concernant la méthodologie sur les ondelettes continues dans le cas univariée a fait l'objet d'une communication à l'International Work-Conference on Time Series Analysis 2017, Cf. Bibliographie 19

-La condition d'admissibilité garantit la nullité de la moyenne et la préservation de l'énergie lors de la décomposition.

$$C_\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\widehat{\varphi(s)}|}{|s|} df < \infty \quad (3)$$

Avec $\widehat{\varphi(s)}$ la transformée de Fourier de $\varphi(s)$

$$G_{echelle}(\cdot) = W_N \cdot c2 \Pi(0.6s) \quad (7)$$

Avec $c1$ et $c2$ des constantes de normalisations, W_N les coefficients d'ondelettes issus de la transformation et Π la fonction rectangle³.

La formule de $WQ_{\tau,s}$ est similaire à celle d'un coefficient de détermination. Pour chaque échelle fréquentielle s (défini par le pas fréquentiel) et à chaque instant du temps on dispose d'un coefficient compris entre 0 et 1 traduisant la plus ou moins forte corrélation au carrée entre les séries (le pouvoir explicatif de la variable $x(t)$ sur $y(t)$ à l'instant t). Il est donc théoriquement possible de retrouver la formule fournissant la valeur du Beta.

$$\sqrt{(WQ_{\tau,s})} = \frac{|G(s^{-1} \cdot SW_{xy})|}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2} \cdot G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}} \quad (8)$$

$$\sqrt{(WQ_{\tau,s})} = \frac{|G(s^{-1} \cdot SW_{xy})|}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2} \cdot G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}} * \frac{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}} \quad (9)$$

En faisant apparaitre le terme $\frac{|G(s^{-1} \cdot SW_{xy})|}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)}$ on a :

$$\sqrt{(WQ_{\tau,s})} = \frac{|G(s^{-1} \cdot SW_{xy})|}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)} * \frac{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}}{G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}} \quad (10)$$

$$\sqrt{(WQ_{\tau,s})} * \frac{G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}} = \frac{|G(s^{-1} \cdot SW_{xy})|}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)} \quad (11)$$

Le terme de droite de cette équation correspond à la valeur absolue du Beta tempo-fréquentiel, noté $|\beta_{\tau,s}|$ qui s'écrit :

$$|\beta_{\tau,s}| = (WQ_{\tau,s})^{1/2} * \frac{G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}} \quad (12)$$

Le Beta et la cohérence sont donc reliés, comme pour une régression, par cette relation. La cohérence est pondérée par le ratio représentant la part de l'écart-type de l'ondelette du titre sur celui du marché. Dans le cas où ce ratio est égal à 1 le beta est identique à la cohérence, s'il est inférieur à 1 alors la cohérence est plus petite que le beta (et inversement).

La formule 12 ne donne pas le signe du Beta puisqu'elle découle de la racine carrée de la cohérence. On utilise alors la fonction de phase en ondelettes, notée $\theta_{\tau,s}$, qui permet de contourner cette difficulté. Cette fonction est le ratio de la partie imaginaire \Im et réelle \Re du co-spectre :

$$\theta_{\tau,s} = \arctan(\Im(SW_{xy}(\tau, s)) / \Re(SW_{xy}(\tau, s))) \quad (13)$$

Ces valeurs sont comprise entre $-\pi$ et π . Nous établissons, alors, un paramètre de signe $\vartheta_{\tau,s}$ défini comme suit :

3. la fonction rectangle est une fonction égale à une valeur a dans l'intervalle $[-1/2, 1/2]$ et zéro à l'extérieur

- Si $|\theta_{\tau,s}|$ appartient à l'intervalle $(0, \frac{\pi}{2})$ alors les séries sont *en phase*. Elles sont donc positivement corrélées et $\vartheta_{\tau,s} = 1$.
- Si $|\theta_{\tau,s}|$ appartient à l'intervalle $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ alors les séries sont *hors-phase* et sont donc négativement corrélées ainsi $\vartheta_{\tau,s} = -1$.

Nous pouvons ainsi inclure le signe du Beta dans sa formule définitive :

$$\beta_{\tau,s} = \vartheta_{\tau,s} * (WQ_{\tau,s})^{1/2} * \frac{G(s^{-1} \cdot |SW_y|^2)^{1/2}}{G(s^{-1} \cdot |SW_x|^2)^{1/2}} \quad (14)$$

2 Résultats et discussions

Les estimations de la relation Action-Marché par les MCO sont considérées comme les références traditionnelles des Betas retenus par les investisseurs. L'hypothèse de comportements homogènes des agents qui sous tend ces estimations est discutée par l'analyse de la cohérence et des betas tempo-fréquentiels calculés à partir d'une décomposition en ondelettes continues des actions sélectionnées.

- Estimations des paramètres de la relation Action-Marché par les MCO

Les estimations par les MCO des paramètres des trois droites de marché, avec vérification préalable de la stationnarité des différents variables des régressions retenues, sont consignées dans l'annexe 1. Les estimateurs de la constante ne sont pas significativement différents de zéro contrairement à ceux des Betas.

Les valeurs de ces derniers correspondent à des profils d'actions différents : AXA est une action offensive avec un Beta supérieur à 1 amplifiant les fluctuations du Marché (ce qui est avantageux en période de croissance), LVMH est un "trackers" reproduisant, dans les mêmes proportions, les mouvements du CAC40 et Orange est une action plutôt défensive car elle atténue les effets du marché (Beta inférieur à 1). Les coefficients de détermination expliquent une part relativement importante de la variance des rendements des titres mais les résidus de ces modèles présentent de l'autocorrélation, de l'hétéroscédasticité et de la non-normalité. Sur un plan purement statistique, les résultats de ces estimations sont insuffisants, en particulier les valeurs des β perdent leurs propriétés BLUE car ils ne sont plus de variance minimale. Par ailleurs, il est possible de montrer à partir de régressions roulantes (Cf. Bibliographie 18) que les betas possèdent une volatilité très importante au cours du temps. De ce fait les effets des crises (des chocs) sur les valeurs des Betas sont ignorés et les liens Action-Marché (comme la causalité) sont supposés rigides, ce qui est, aussi, empiriquement contestable. De plus, il n'existe aucune distinction entre la sensibilité de court et celle de long terme : l'action réagit de la même façon aux chocs de long terme et de court-terme. Dans ces régressions la dimension fréquentielle des variables n'est pas considérée.

Pour améliorer cette approche statique des relations, nous faisons appel à l'analyse tempo-fréquentielle multidimensionnelle avec la cohérence et le calcul des évolutions du Beta tempo-fréquentiel.

- Calcul de la Cohérence entre les Actions et le Marché

La cohérence en ondelettes entre les trois actions (Figures 1) représente, par l'utilisation d'un système de couleurs⁴, les évolutions simultanées en temps et en fréquences de leurs liens avec le *CAC40* :

- le rouge illustre une forte corrélation entre le *CAC40* et l'action. Elle diminue avec l'orange et le jaune.

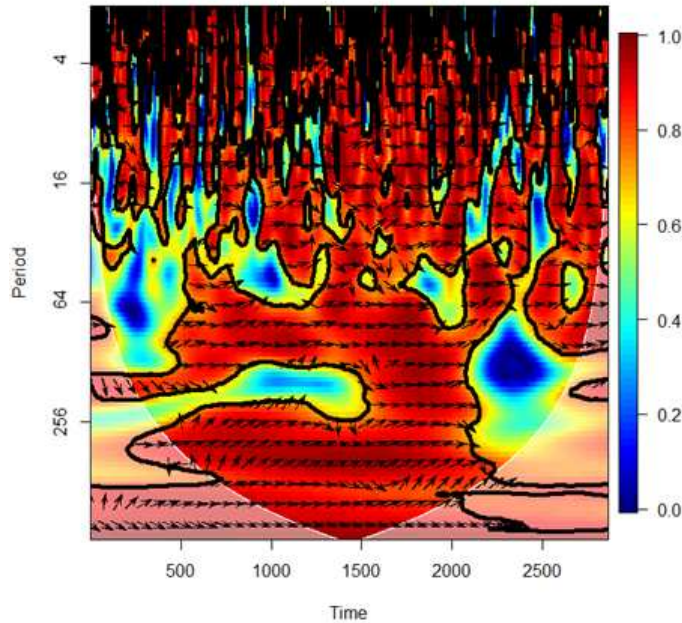
- le bleu indique un lien faible entre les deux variables.

Les traits en gras délimitent les zones pour lesquelles la corrélation (le R^2 en l'occurrence) est significatif au seuil de 5% (calculé par des simulations de Monte-Carlo). Une zone particulière (la surface blanche transparente) concerne le cône d'influence. Il s'agit des effets de bords susceptibles de perturber les résultats car la majorité des échantillons sont finis et les calculs des spectres de puissance croisés peuvent être biaisés.

Ces graphiques possèdent en ordonnées les échelles fréquentielles continues exprimées en jours, et en abscisses le temps (en jours) qui débute de 0 (pour la première observation) jusqu'à 2869 (pour la dernière).

Figures 1 : Cohérences des actions avec le marché

Figure 1.1 *AXA – CAC40*



4. La phase associée à la cohérence est représentée sur ces graphiques par des flèches. Elle n'est pas retenue dans cette recherche qui met l'accent sur la nature de la relation Action-Marché. Le logiciel utilisé est le Package-R Biwavelets de Gouhier, Grinsted et Simko basé sur les programmes de Torrence et Compo, Bibliographie 22

Figure 1.2 *LVMH – CAC40*

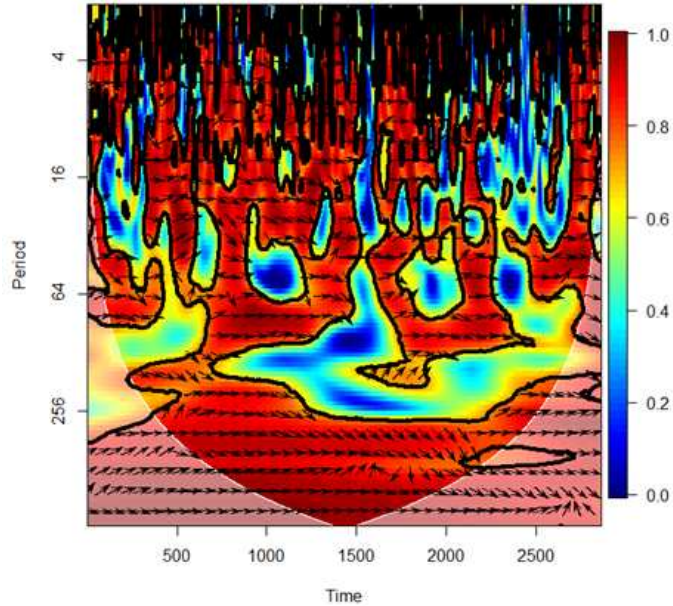
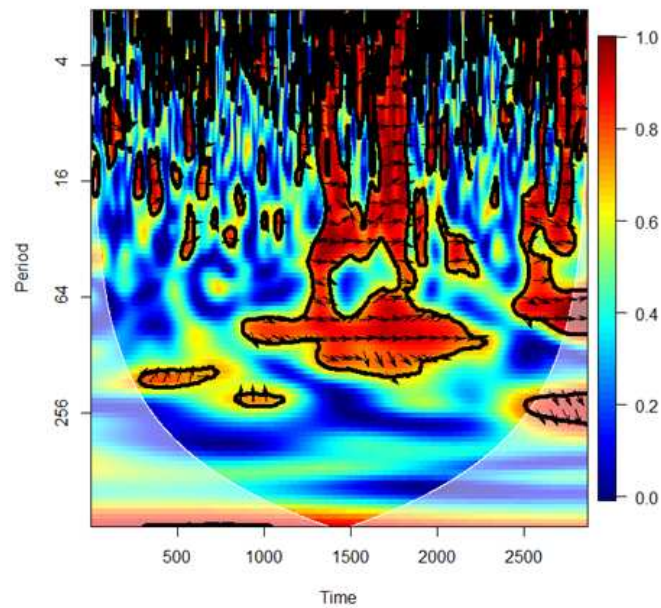


Figure 1.3 *Orange – CAC40*



Ces graphiques mettent en évidence une dominance du rouge pour AXA, et dans une moindre mesure pour LVMH, qui indique une forte corrélation entre ces deux actions et le marché. Le risque systématique constitue 80 à 100% du risque total de ces actions, malgré la présence de zones bleues plus ou moins vastes.

Pour l'action Orange, la couleur bleue domine. Elle possède, cependant, une zone rouge principale entre les jours 1200 – 2000 pour les périodes de 0 à 256 jours environ, et une zone secondaire à partir de 2500 jours. La relation Action-marché est ainsi, dans ce cas, non homogène au cours du temps.

L'alternance aux hautes fréquences des zones de corrélation Rouge-Orange avec des zones bleues est révélatrice d'une instabilité des relations Action-Marché pour des horizons courts (2 jours - 1 semaine). Les zones colorées prennent plus d'ampleur lorsqu'on se déplace vers les basses-fréquences révélant une homogénéité globale de la cohérence à plus long-terme.

En définitive les liens Action-Marché dépendent, à la fois, du temps et des fréquences. De ce fait, le Beta, indicateur du risque systématique, devient (Cf formule 12) l'outil principal pour analyser la dynamique tempo-fréquentielle de la relation.

– Estimations des paramètres de la relation Action-Marché par les MCO

Les Betas sont calculés avec un pas fréquentiel de 1/12 afin de réduire les temps de calculs avec un maillage fin. Nous possédons alors plus de 300000 données par action correspondant à l'évolution Tempo-Fréquentielle du risque systématique. Pour chaque fréquence s nous avons 2868 Betas (1 par instant t du temps) décrivant la dynamique du risque systématique conditionnellement à l'horizon temporel lié à s . Ces nombreuses informations bi-dimensionnelles permettent une analyse de la stabilité à la fois temporelle et fréquentielle des profils-risque. Pour l'illustrer, nous recourons à la sélection suivante des fréquences :

- s_2 pour un horizon de 2 jours
- s_5 pour un horizon de 5 jours soit 1 semaine de trading.
- s_{128} pour un horizon de 6 mois.

La période 2005 – 2015 comprend, en outre, deux périodes de crises que nous associons, dans nos commentaires, aux fréquences précédentes de la façon suivante :

- La période ante-crise des subprimes de 2005 à 2006
- La période de Crise qui comporte la Crise des subprimes de 2007 – 2009
- La Crise de la dette souveraine en Europe.
- La période post-crise qui débute en 2013.

Les graphiques 2 ci-dessous présentent les résultats des Betas Tempo-fréquentiels pour l'action AXA, avec en ordonnées les valeurs des Betas et en abscisses le temps. Les représentations pour les autres actions sont consignées en annexe 2. Nous avons porté sur ces mêmes représentations, pour compléter notre étude, les estimateurs du Beta par les MCO sur la période globale (noté BMCO) et ceux correspondant aux diverses fréquences (notées Bs_2 , Bs_5 et Bs_{128}).

Le tableau 1 résume les différences calculées entre ces deux estimateurs pour chacune des actions.

Tableau 1 : (BMCO-Bsi), ($i = 2, 5, 128$).

	s2	s5	s128
AXA	0.07	-0.08	0.34
LVMH	0.03	-0.07	0.22
Orange	-0.02	0.06	0.13

L'estimateur du Beta par les MCO sur la période globale est différent de ceux estimés par les ondelettes pour chacune des fréquences, confirmant ainsi son instabilité fréquentielle. Le signe de cette différence indique si le Beta des MCO est inférieur ou supérieur aux Betas des MCO sur les ondelettes. La différence entre les estimateurs est faible (en valeur absolue) pour la fréquence 2 jours, alors qu'elle est plus importante aux basses-fréquences.

Cette simple constatation des différences entre les betas justifie le recours aux décompositions en ondelettes des variables de la relation et conforte l'hypothèse de comportement hétérogène des agents lors de leurs choix d'investissement. Il est donc nécessaire de compléter ce constat par l'étude de la dynamique tempo-fréquentielle des différents betas qui peut constituer une aide supplémentaire pour les investisseurs par une analyse plus détaillée des évolutions tempo-fréquentielles des Betas.

Figures 2 : Betas Tempo-fréquentiel d'AXA

Figure 2.1 AXA-2 jours

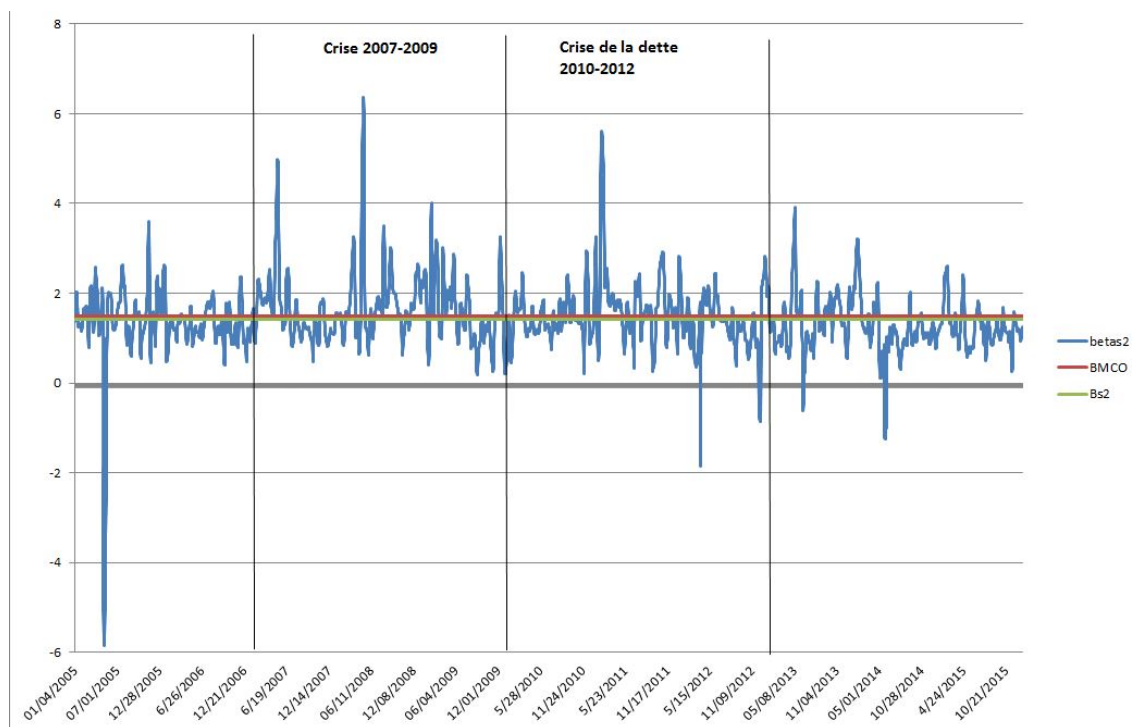


Figure 2.2 AXA-1 semaine

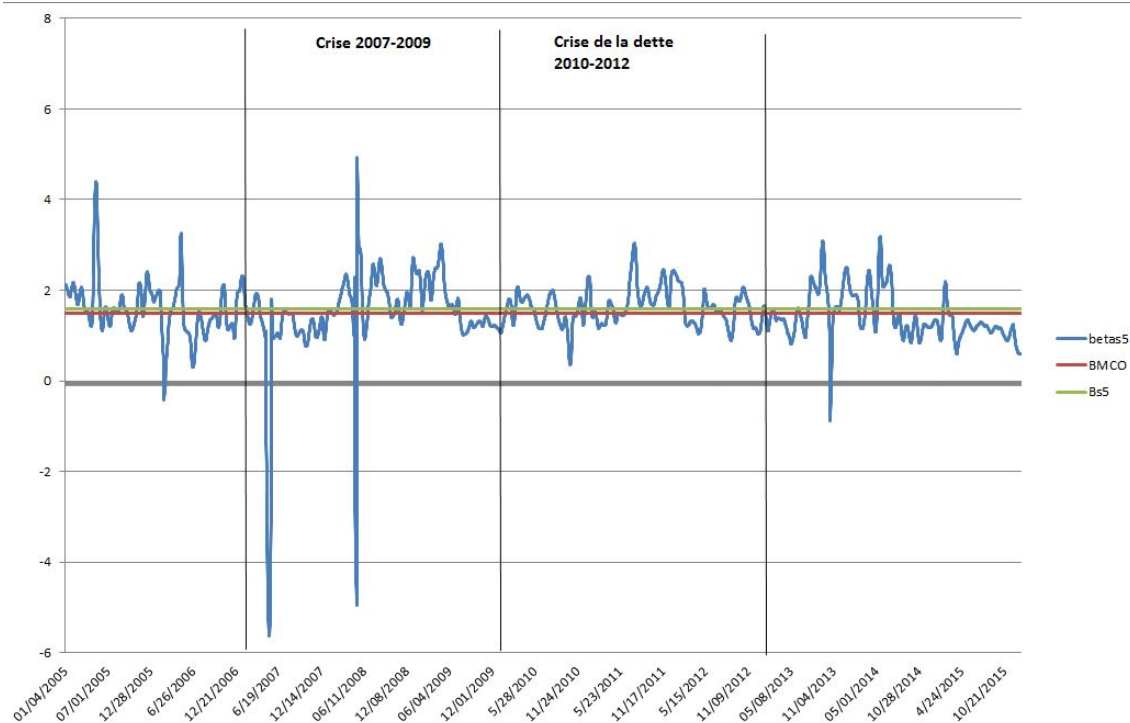
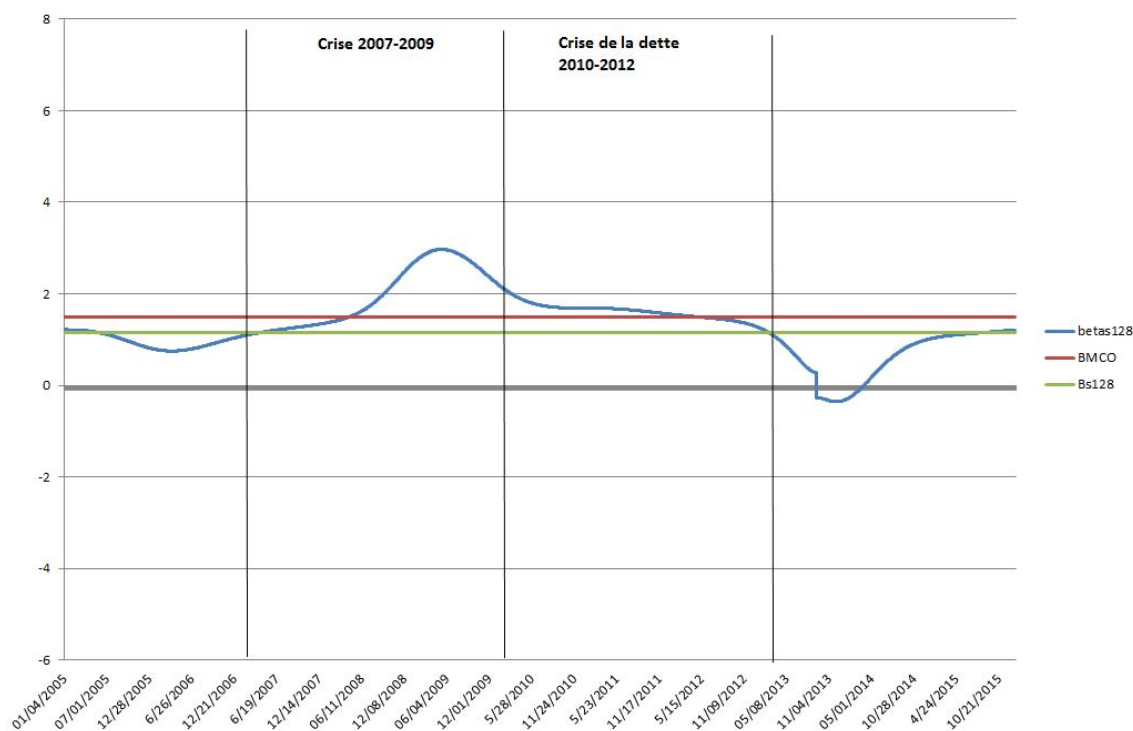


Figure 2.3 AXA- 6 mois



La stabilité temporelle des betas (ou leurs robustesses) est assurée si les valeurs des betas ne sont pas significativement différentes au cours du temps. Nous associons à ces évolutions la décomposition par périodes représentée sur les figures 2 par des traits verticaux. Le tableau 2 est une synthèse rapide de cette association par le calcul de la moyenne et de l'écart-type des betas temporels pour les 4 périodes aux 3 fréquences retenues.

Tableau 2 : Moyennes et Ecart-Types des Betas temporels par périodes

		2005-2006		2007-2009		2010-2012		2013-2015		Période Globale 2005-2015	
		Moyenne	Ecart-Type	Moyenne	Ecart-Type	Moyenne	Ecart-Type	Moyenne	Ecart-Type	Moyenne	Ecart-Type
AXA	S2	1,32	0,95	1,66	0,8	1,5	0,71	1,3	0,61	1,46	0,78
	S5	1,59	0,62	1,48	1,12	1,62	0,41	1,44	0,52	1,52	0,73
	S128	0,96	0,16	1,92	0,68	1,64	0,18	0,67	0,53	1,33	0,69
LVMH	S2	1,11	0,69	1,04	0,53	1,18	0,57	1,14	0,66	1,12	0,61
	S5	1,5	0,51	1,12	0,39	1,1	0,38	1,02	0,66	1,15	0,52
	S128	1	0,08	0,88	0,13	0,78	0,12	1,15	0,14	0,95	0,19
Orange	S2	1,11	0,91	0,75	0,54	0,85	0,49	1,4	1,01	1,02	0,8
	S5	0,97	0,66	0,78	0,61	0,75	0,3	1,23	0,83	0,93	0,66
	S128	0,79	0,069	0,67	0,22	1,15	0,17	1,04	1,34	0,92	0,74

- Les betas des 3 actifs pour les 4 périodes et les 3 fréquences présentent une volatilité relativement importante et différente de celle constatée sur la période globale. Nous n'observons pas, cependant, de rémanences entre les différentes caractéristiques de ce tableau confirmant de ce fait la spécificité des betas Temporels par rapport à leurs valeurs statiques.

- Les évolutions des betas aux hautes-féquences sont volatiles et erratiques et s'opposent à celles, plus lisses, des basses-féquences. Cette observation est à rapprocher des valeurs de la cohérence pour les trois actions : forte pour AXA et LVMH et faible pour Orange. La relation Action-Marché apparaît plus stable pour les deux premières en particulier aux basses-féquences où les zones de corrélation sont plus étendues.

- L'impact des crises de 2007 – 2009 et de 2010 – 2012 sur les évolutions des betas Temporels sont surtout perceptibles pour l'action AXA : la valeur moyenne des betas progresse significativement aux hautes et basses fréquences pour ces deux périodes de crise. Le profil "agressif" initial d'AXA est contesté en dehors des périodes de crise et ceux de LVMH et Orange présentent des évolutions contraires. De plus, pour LVMH l'effet de la crise sur les betas de court-terme est plus tenu. Pour Orange, on note une évolution semblable à court-terme, mais à long-terme sa volatilité explosive conduit à un profil-risque non robuste.

Conclusion

Les 3 actions, que nous avons sélectionnées, illustrent les multiples possibilités offertes par la transformation en ondelettes continues pour évaluer leurs caractéristiques temporelles. Ces exemples, retenus en fonction de leurs betas estimés par les MCO sur la période globale, possèdent à la fois des structures pérennes et spécifiques. Elles ont, d'une part, des cohérences significatives (AXA et LVMH) ou proche de zéro (Orange) quelles que soient les fréquences alors que, d'autre part, une étude ponctuelle par périodes révèle des spécificités propres aux titres. Elles montrent que le Beta évolue au cours du temps et des fréquences rejetant l'hypothèse statique de la relation estimée par les MCO.

L'utilisation des ondelettes continues se révèle, en définitive, comme étant un outil puissant pour évaluer la cohérence et le Beta d'un actif avec son marché. Elles permettent, grâce à un maillage très fin des fréquences rendu possible par la puissance des calculateurs, d'optimiser l'horizon d'investissement le mieux adapté aux attentes des opérateurs. Les ondelettes continues mettent, en effet, à leurs dispositions la cohérence et surtout l'évolution temporelle et fréquentielle du Beta, associée à l'action qu'ils ont choisie leur permettant de mesurer l'impact des crises, l'ampleur de la volatilité et de rechercher le processus générateur du beta fréquentiel dans un but prévisionnel.

Annexes

A1-Tests sur les variables et les régressions

Test de Stationnarité de Phillips-Perron sur les rendements

Actions	Test Value	Critical Value at 1%
CAC	-56.11	-3.96
AXA	-51.22	-3.96
LVMH	-55.7	-3.96
Orange	-54.42	-3.96

Tests des estimations des Betas

Actions	Beta	T-Stat	Constante	T-Stat	R ²	LB	ARCH	JB
AXA	1,5	31.74	4.25E-04	1.54	0.68	21.07	62.13	41993.2
LVMH	1	36.81	3.48E-04	1.68	0.62	13.24	38.34	10867.6
Orange	0.73	18.83	3.5E-05	0.157	0.43	17.7	37.81	4480.43

Pour un risque de 5%, colonne LB (Ljung-Bpx Test) : $\chi^2(5) = 11.1$, colonne ARCH (ARCH-LM Test) : $\chi^2(2) = 5.99$, Colonne JB (Jarque-Bera Test) : $\chi^2(2) = 5.99$.

A2-Betas Tempo-fréquentiels d'LVMH et d'Orange

Figure 2.1 LVMH-2 jours

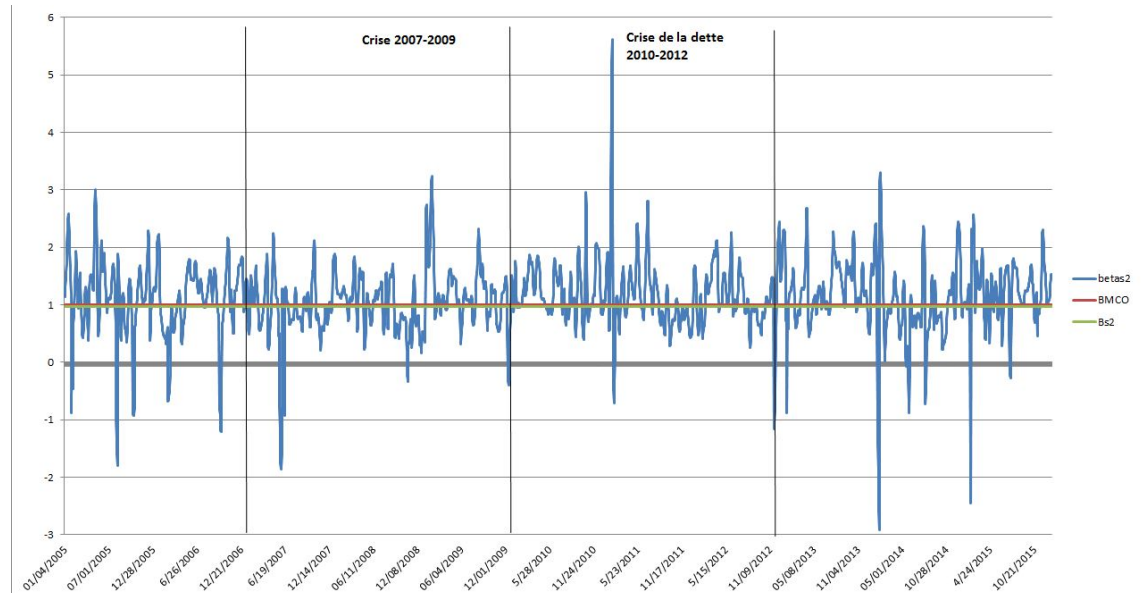


Figure 2.2 LVMH-1 semaine

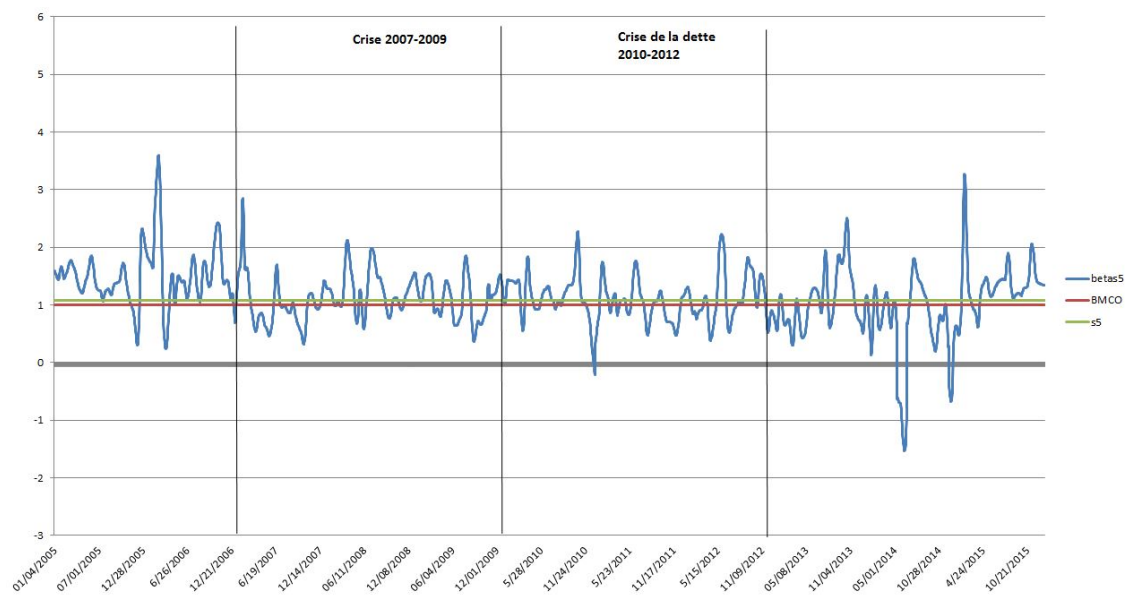
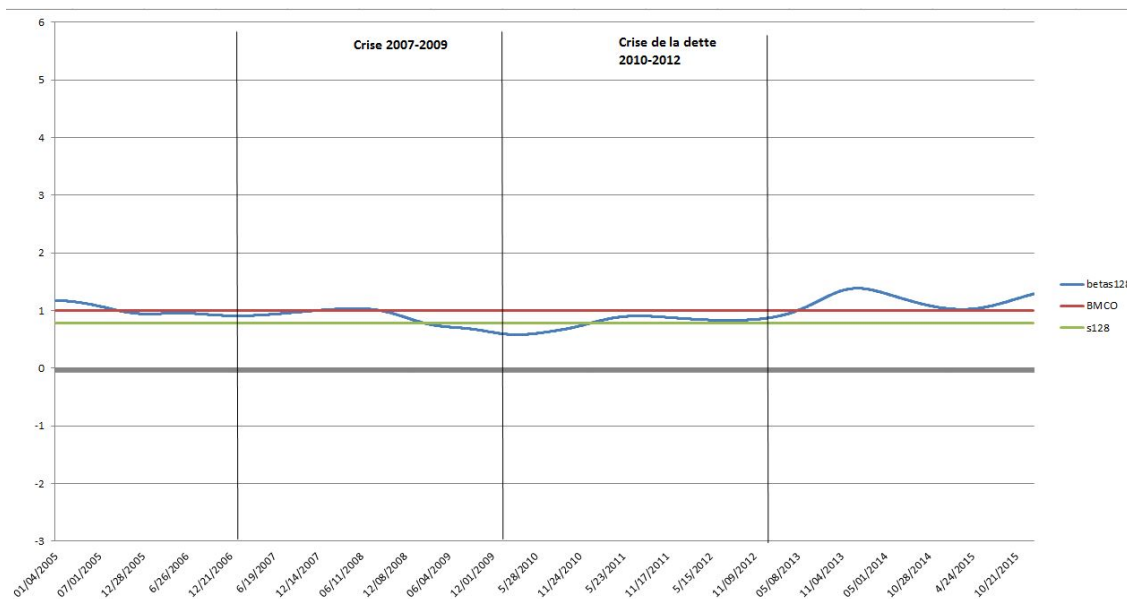
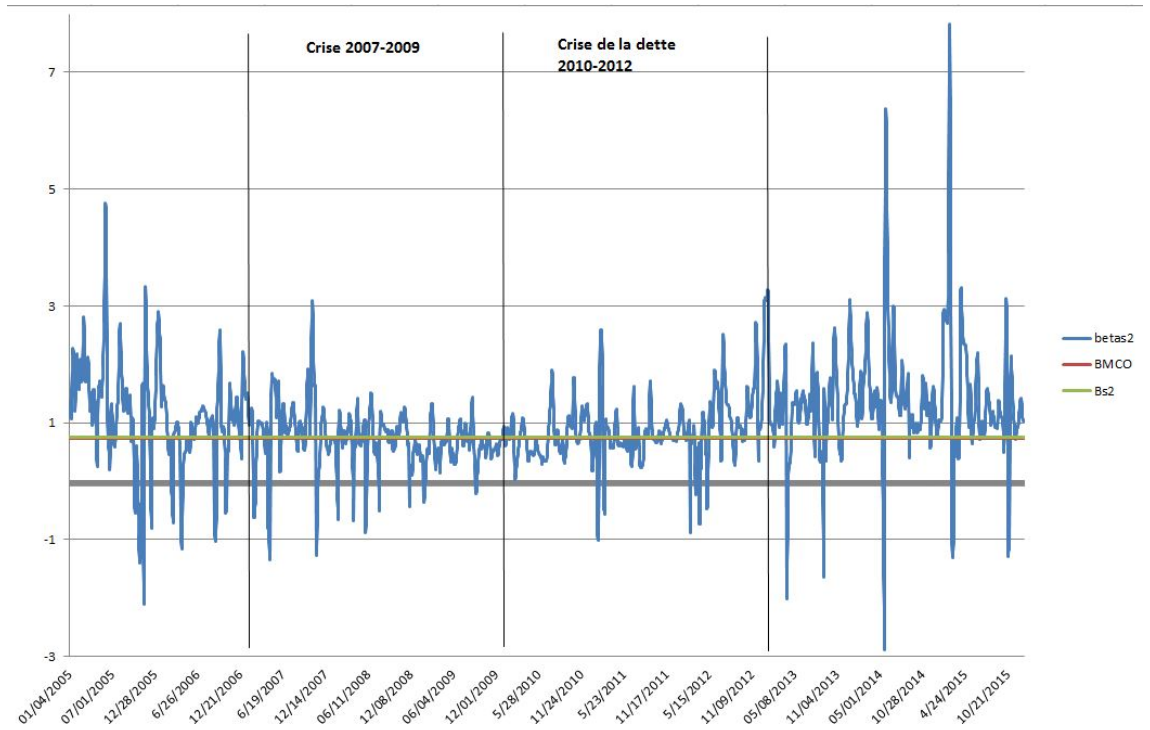


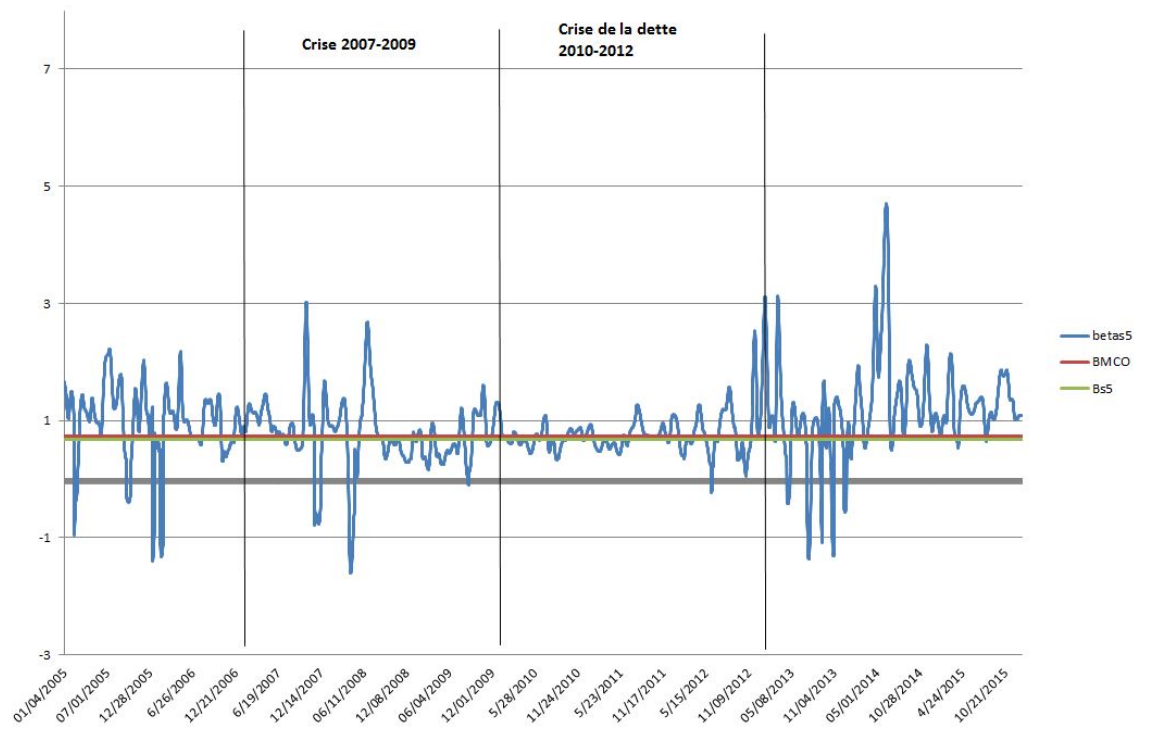
Figure 2.3 LVMH- 6 mois



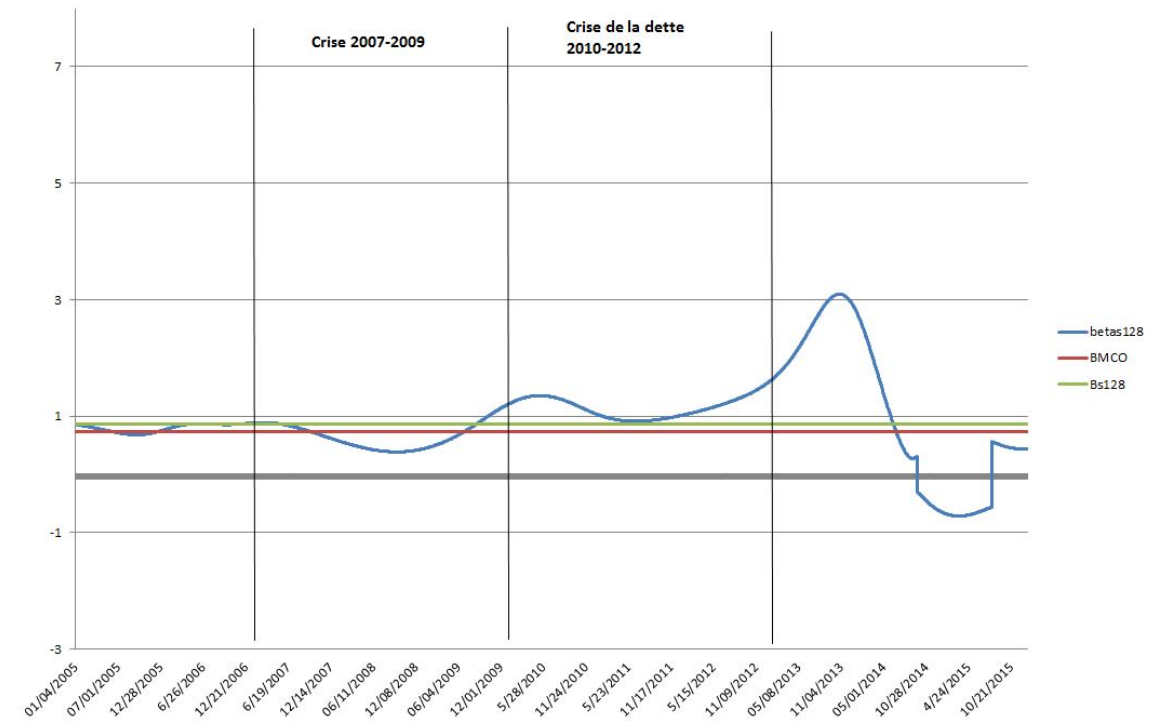
A2 Orange-2 jours



A2 orange-1 semaine



A2 Orange- 6 mois



Références

- [1] Auth C., *Continuous Wavelet Transform and Wavelet Coherence-Implementation and Application to the Diversification Analysis of Hedge Funds Returns*, 2013.
- [2] Black F. and Jensen M. and Scholes M., *The Capital Asset Pricing Model : Some Empirical Test ; Studies in the Theory of Capital Markets*, M. Jensen ed., New York : Praeger Publishers, 1972, pp 79-121.
- [3] Bekiros S., Nguyen D.K. and Uddin G.S, *On time scale behavior of equity-commodity links : implications for portfolio management*, *Journal of International Financial Market Institutions and Money*, vol 41, 2016, pp 79-121.
- [4] Bollerserv T., Engel R and Wooldridge J. *A capital asset pricing model with time-varying covariances*, *Journal of Political Economic*, vol 96, issue 11, 1988, pp 116-131.
- [5] Bos T. and Newbold P., *An empirical investigation of the possiblity of stochastic systematic risk in the market model*, *Journal of Business*, vol 57, issue 1, 1984, pp 37-41.
- [6] Daubechies I., *Ten lectures on wavelets*, *Conference Series of Applied mathematics in Philadelphia*, Society for industrial and applied mathematics, 1992.
- [7] Groenwold N. and Fraser P., *Time-Varying Betas and macroeconomic influences*, *Discussion Paper 97.09*, 1997.
- [8] Grossmann A. and Morlet J., *Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape*, *SIAM Journal on mathematical analysis*, vol 15, issue 4, 1984, pp 723-736.
- [9] Fabozzi F.J, Francis J.C, *Beta as a random coefficient*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol 3, 1978, pp 101-116.
- [10] Brooks R., Faff R. and McKenzie M. *Time-varying beta risk for australian industry portfolio : a comparison of modelling techniques*, *Australian Journal of Managment*, vol 23, issue 1, 1998, pp 101-116.
- [11] Fama E. and French K., *The Cross-Section of Expected Stock Returns* , *Journal of Finance*, vol 47, issue 2, 1992, pp 427-465.
- [12] Farge M., *Wavelets transforms and their applications to turbulence*, *Annual Review of fluid Mechanics*, vol 47, issue 2, 1992, pp 427-465.
- [13] Gençay R. and Selçuk F. and Whitcher B., *Multiscale systematic risk*, *Journal of international Money and Finance*, vol 24, 2005, pp 55-70.
- [14] Lau K.M Weng H., *Climate Signal detection using Wavelet transform : How to make a time series sing.*, *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol 76, issue 12 1995, pp 2391-2402.
- [15] Mallat S., *A Theory for Multiresolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation*, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol 11, issue 7, july 1989.
- [16] Mallat S., *Une exploration des signaux en ondelettes*, *Ecole polytechnique*, 2009.
- [17] Mallat S., *Wavelet tour of signal processing : the sparse way*, *Academic Press*, 2009.

- [18] Mestre R. and Terraza M., *Time-frequencies analysis of CAPM-Application to the CAC 40*, Accepted for publication in *Managing Global Transitions*, International Research Journal, 2017.
- [19] Mestre R. and Terraza M., *Multidimensional Time-Frequency Analysis of the CAPM*, ITISE 2017 Conference Proceedings, Issue 2, pp 1187-1200, 2017.
- [20] Meyer Y., Jaffard S., Rioul O., *L'analyse par ondelettes*, 1986.
- [21] Sharpe W. , *Capital Asset Prices : a Theory of Market Equilibrium under risk*, Journal of Finance, Canberra. ed. Western Australia : Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand Inc. , vol 19, issue 3, Sept 1964, pp 425-442.
- [22] Torrence C. Compo G.P., *A practical guide to wavelet analysis*, Bulletin of the American Meteorological Society, vol 79, issue 1, 1998, pp 61-78.
- [23] Torrence C. Webster P.J., *Interdecadal Changes in the ENSO-Monsoon System*, Journal of Climate, vol 12, 1999, pp 2679-2690.